

確率統計に関する種々の問題 2

問題5. 箱があり、1～4の番号が書かれた玉が2個ずつ計8個入っている。箱の中を覗くことはできないようになっていて、玉は同じ形をしていてさわっても違いはわからないとする。

箱をよく振って玉を取り出し、気に入らなければそれを箱に戻さず捨てるということにする。ただし、3回しか玉を取り出すことはできず、最後に取り出した玉に書かれた数が自分の得点とする。

(1) 4の番号が出るまで、玉を捨てて取り出すことを繰り返す(もちろん、3回目に取り出した玉は捨てない)という戦略をとった時、得点が1, 2, 3, 4となる確率はそれぞれいくらか。

(2) 3以上の番号が出るまで、玉を捨てて取り出すことを繰り返す(もちろん、3回目に取り出した玉は捨てない)という戦略をとった時、得点が1, 2, 3, 4となる確率はそれぞれいくらか。

(3) 得点の期待値を最大にする戦略はどのようなものか。

問題6. 箱があり、同じ形をした玉が10個入っていて、玉にはそれぞれ1～10の番号が書かれている。箱の中を覗くことはできないようになっている。

太郎と花子が次のようなゲームをすることにした。箱をよく振って玉を取り出し、気に入らなければそれを箱に戻さず捨てるということにする。最後に取り出した玉に書かれた数の多い方が勝ちとする。

(1) まず、太郎が玉を引き太郎はそれ以上玉を引くことができない。その後、花子が玉を引き、花子は望めばもう1回玉を引くことができるとする。太郎の勝つ確率はいくらか。

(2) 太郎が先行して玉を引き、その玉を捨てるかどうか決める。その後花子が玉を引く。太郎が玉を捨てていれば、花子の後でもう一度、玉を引くことができるとする。太郎はどのようにすれば、勝つ確率は最大となるか。

(3) 太郎、花子と交互に3回まで玉を引くことができるとする。ただし、相手が玉を捨てなかった場合は、次に引いた玉は捨てられないとする。太郎はどのようにすれば、勝つ確率は最大となるか。

問題7. 3人の囚人アラン、バーナード、チャールズが幽閉されている。アランは、翌日二人が処刑され一人が釈放されることを知ったが、3人のうち誰が釈放されるかまったくわからなかった。そこでアランは看守に対し、「3人のうち2人が処刑されるのだから、バーナードとチャールズのうち少なくとも1人は確実に処刑される。私(アラン)のことについてはまったく情報を与えないはずだから、バーナードとチャールズのうち処刑されるもの名前を一人だけ教えてほしい。」と言ったところ、看守はアランの言い分を納得し、「バーナードが処刑される。」と答えた。アランはこれを聞いて、釈放される可能性があるのは、自分のほかはチャールズのみになったので、自分が釈放される確率が増えたと喜んだ。これは本当だろうか。

問題 8. (モンティホール問題) この問題はモンティホールが司会するテレビで放映されているゲーム番組 “Let’s make a Deal” から生まれた問題である。この番組の優勝者は、最後に 3 つのカーテンから一つカーテンを選ぶ。3 つのカーテンのうちの一つの後ろには新車があるが、他の 2 つのカーテンの裏には山羊がいる。新車を上手く選ぶことができれば優勝者は新車を手に入れることができる。

モンティホールはまず優勝者に一つカーテンを選ばせる。その後で、モンティホールは選ばなかったカーテンの中で山羊のいるカーテンを一つ開く。そこで、モンティホールは優勝者に対して、「今なら選ぶカーテンを変更してもいいですよ」という。

さて問題は、優勝者はカーテンを変更した方が得か否かというものである。

問題 9. ある部屋に同じ色、形のふたつの箱 A, B がある。 A の箱には赤玉 9 個、白玉 1 個が入っており、 B の箱には赤玉 2 個、白玉 8 個が入っている。部屋には太郎と花子がいて、花子はどちらの箱が A で、どちらの箱が B であるかは知らない。しかし、 A, B , それぞれの箱に入っている赤玉、白玉の数は知っている。

今、太郎が花子に対して

「どちらかの箱か一つを選んで、その箱が A の箱か B の箱か当ててご覧。 A の箱だと言って当たったら 200 円、 B の箱だと言って当たったら 100 円あげるよ。」

と言ったので、右側にある箱を選んだ。太郎はさらに

「玉を 1 つだけ取り出してもいいよ。」

と言った。

そこで花子が玉を 1 つ取り出したところ赤色であった。花子は A, B , どちらの箱と答えるべきであろうか。

問題 10. ある部屋に同じ色、形のふたつの箱 A, B がある。 A の箱には赤玉 9 個、白玉 1 個が入っており、 B の箱には赤玉 2 個、白玉 8 個が入っている。部屋には太郎と花子がいて、花子はどちらの箱が A で、どちらの箱が B であるかは知らない。しかし、 A, B , それぞれの箱に入っている赤玉、白玉の数は知っている。

今、太郎が右側にある箱を選び、花子に対して

「この箱が A の箱か B の箱か当ててご覧。ただし玉を 1 つだけ取り出してもいいよ。 A の箱だと言って当たったら 1 万円、 B の箱だと言って当たったら 100 円あげるよ。」

と言った。

そこで花子が玉を 1 つ取り出したところ赤色であった。花子は A, B , どちらの箱と答えるべきであろうか。